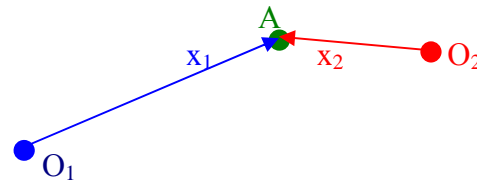


## ΚΙΝΗΣΕΙΣ

### ΘΕΣΗ , ΚΙΝΗΣΗ , ΕΙΔΗ ΤΡΟΧΙΩΝ

**1.1.1. Θέση** ενός σώματος στη φυσική ονομάζω το διάνυσμα  $\vec{x}$  που έχει ως αρχή τη θέση του παρατηρητή και τέλος το σώμα ( το κέντρο του στερεού σώματος ).

Για δυο διαφορετικούς παρατηρητές  $O_1$  και  $O_2$  έχω βέβαια και διαφορετικές θέσεις  $x_1$  και  $x_2$  για το ίδιο σώμα  $A$



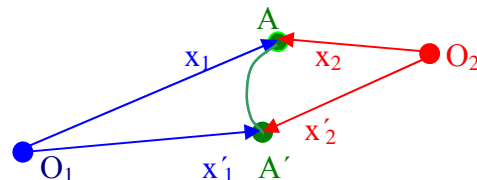
**1.1.1. Κίνηση** ενός σώματος ονομάζω την αλλαγή της θέσης του σώματος καθώς περνά ο χρόνος.

Η κίνηση είναι όμως ένα σχετικό φαινόμενο αφού εξαρτάται από τον παρατηρητή. Ας σκεφτούμε το παράδειγμα της παρατήρησης της μηχανής ενός τρένου από τον μηχανοδηγό του τρένου και από τον σταθμάρχη του σταθμού.

**1.1.2. Τροχιά** ονομάζεται η συνεχής γραμμή που ενώνει όλα τα διαδοχικά σημεία από τα οποία διέρχεται το κινούμενο σώμα.

Ανάλογα με το είδος της τροχιάς οι κινήσεις διακρίνονται σε **ευθύγραμμες κυκλικές, καμπυλόγραμμες, σπειροειδείς**, ... . Εμείς θα ασχοληθούμε κυρίως με κινήσεις πάνω σ' ένα επίπεδο ( οριζόντιο ή κατακόρυφο ή πλάγιο ).

Για δυο ακίνητους μεταξύ τους παρατηρητές  $O_1$  και  $O_2$  η τροχιά  $AA'$  ενός κινούμενου σώματος είναι ίδια, όπως φαίνεται και στο σχήμα.



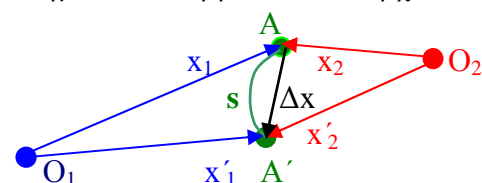
Δεν ισχύει όμως το ίδιο αν οι δυο παρατηρητές κινούνται ο ένας σε σχέση με τον άλλο, ας σκεφτούμε την τροχιά της Σελήνης όπως φαίνεται από τη Γη και από ένα διαστημόπλοιο

### ΔΙΑΣΤΗΜΑ και ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ

**1.1.3. Διάστημα  $s$**  ονομάζεται το μήκος της τροχιάς. Στο προηγούμενο παράδειγμα το μήκος της καμπύλης  $AA'$ .

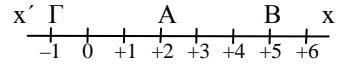
**1.1.4. Μετατόπιση  $\Delta\vec{x}$**  ονομάζεται η μεταβολή της θέσης του σώματος (  $\Delta\vec{x} = \vec{x}_{\text{τελ}} - \vec{x}_{\text{αρχ}}$  ) και ισούται με ένα διάνυσμα που ξεκινά από το σημείο που βρισκόταν αρχικά το σώμα και τελειώνει στο σημείο που βρίσκεται τελικά το σώμα.

Δυο ακίνητοι μεταξύ τους παρατηρητές  $O_1$  και  $O_2$  μετρούν ίδιο **Διάστημα  $s$**  και ίδια μετατόπιση  $\Delta x$ .

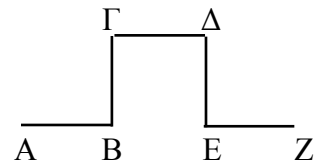


Το **Διάστημα**  $s$  λαμβάνεται **συνήθως μονόμετρο** μέγεθος ενώ η **μετατόπιση**  $\Delta x$  **πάντα διανυσματικό** μέγεθος. Είναι γενικά διαφορετικά μεγέθη και τα μέτρα τους ταυτίζονται μόνο για ευθύγραμμες κινήσεις με σταθερή κατεύθυνση ( διεύθυνση και φορά ).

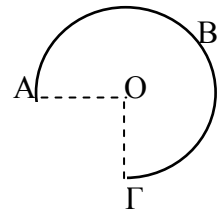
**1.1.5.** Ένα σωματίδιο κινείται πάνω στον άξονα  $x'x$  ξεκινώντας από τη θέση  $A$  ( $x_0=+2\text{cm}$ ) φθάνει στο  $B$  ( $x_1=+5\text{cm}$ ) και γυρνά στο  $\Gamma$  ( $x_2=-1\text{cm}$ ). Να βρεθεί η συνολική μετατόπιση και το διάστημα που διανύθηκε.



**1.1.6.** Ένα μυρμήγκι διαγράφει την τροχιά  $AB\Gamma\Delta EZ$  του σχήματος όπου  $AB=BG=\Gamma\Delta=\Delta E=EZ=2\text{m}$ . να σχεδιαστεί το διάνυσμα της μετατόπισης και να υπολογιστούν τα μέτρα της μετατόπισης και του διαστήματος.



**1.1.7.** Μια μέλισσα διαγράφει την τροχιά  $AB\Gamma$  του σχήματος που είναι τα  $\frac{3}{4}$  περιφέρειας κύκλου ακτίνας  $OA=OG=2\text{m}$ . Να σχεδιαστεί η συνολική μετατόπιση και να υπολογιστούν τα μέτρα της μετατόπισης και του διαστήματος.



### ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ ( Ε.Ο.Κ. )

**1.1.8. Ευθ. Ομαλή** ονομάζεται η κίνηση ενός σώματος στην οποία το σώμα κινείται σε ευθεία τροχιά και σε ίσους χρόνους  $\Delta t$  διανύει ίσες μετατοπίσεις  $\Delta \vec{x}$ . Δηλαδή είναι η ευθύγραμμη κίνηση η οποία έχει σταθερό ρυθμό μεταβολής της θέσης του κινούμενου σώματος  $\left( \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \text{σταθ.} \right)$ .

**1.1.9. Ταχύτητα** στην Ε.Ο.Κ. ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος  $\vec{v}$  το οποίο έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της μετατόπισης  $\Delta \vec{x}$  και μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της μετατόπισης  $\Delta x$  προς το αντίστοιχο χρόνο  $\Delta t$   $\left( \vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \right)$

**Παράδειγμα:** Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στη θέση ενός αεροπλάνου που απομακρύνεται από το σημείο απογείωσής του σε συνάρτηση με το χρόνο.

$t \rightarrow s$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$S \rightarrow m$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100

**Προσέξτε ότι οποιαδήποτε χρονική διάρκεια και αν επιλέξουμε για τον υπολογισμό της ταχύτητας το αποτέλεσμα είναι το ίδιο:**  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200-100}{11-10} = 100 \frac{m}{s}$  ή

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{500-300}{14-12} = 100 \frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{900-600}{18-15} = 100 \frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1100-100}{20-10} = 100 \frac{m}{s}$$

**Δηλαδή η ταχύτητα στο παράδειγμά μας είναι σταθερή.**

Αν φανταστούμε το  $\Delta t$  να μικραίνει :  $\Delta t_1 = 1 \text{ s}$ ,  $\Delta t_2 = 0,1 \text{ s}$ ,  $\Delta t_3 = 0,01 \text{ s}$ ,  $\Delta t_4 = 0,001 \text{ s}$  τότε θα μικραίνει ανάλογα και το  $\Delta x$  :  $\Delta x_1 = 100 \text{ m}$ ,  $\Delta x_2 = 10 \text{ m}$ ,  $\Delta x_3 = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta x_4 = 0,1 \text{ m}$  οπότε για οσοδήποτε μικρό  $\Delta t$  το πηλίκο  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  είναι ίσο με  $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και ονομάζεται **στιγμιαία ταχύτητα** και είναι αυτή που δείχνει το ταχύμετρο του αεροπλάνου κάθε στιγμή. Στα Μαθηματικά αυτή η **στιγμιαία ταχύτητα** θα την ορίζαμε ως ένα όριο :

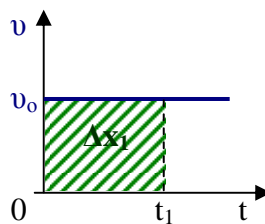
$$\vec{v}_{\text{στ}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Στο εξής όταν λέμε **ταχύτητα** θα εννοούμε την **στιγμιαία ταχύτητα** και ισούται με την μέση ταχύτητα  $v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s}{\Delta t}$  μόνο στη περίπτωση της Ε.Ο.Κ.

### 1.1.10. Νόμοι της Ε.Ο.Κ.

1<sup>ος</sup> Νόμος ( της ταχύτητας ) : Στην Ε.Ο.Κ. η ταχύτητα παραμένει σταθερή κατά μέτρο διεύθυνση και φορά.

$$\vec{v} = \text{σταθ.}$$



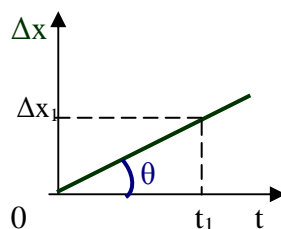
Η γραφική παράσταση είναι μια οριζόντια ευθεία γιατί η ταχύτητα είναι σταθερή.  
Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό αναπαριστά τη μετατόπιση  $\Delta x_1 = v_0 \cdot t_1$  από  $t_0 = 0$  ως  $t_1$ .

2<sup>ος</sup> Νόμος ( της μετατόπισης ή του διαστήματος ) : Στην Ε.Ο.Κ. η μετατόπιση μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.

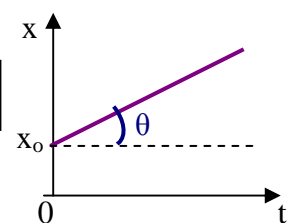
$$\Delta \vec{x} = \vec{v} \cdot \Delta t$$

$$\text{ή } x - x_0 = v \cdot \Delta t$$

$$\text{ή } x = x_0 + v \cdot \Delta t$$



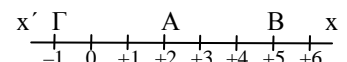
$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$



Στο διάγραμμα η κλίση  $\epsilon\phi\theta$  ισούται με το πηλίκο  $\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}$  δηλαδή ισούται με την σταθερή ταχύτητα  $v$ .

Στο διάγραμμα της θέσης  $x$  η αρχική θέση  $x_0$  μπορεί να είναι 0 αλλά γενικά μπορεί να μην είναι 0

**1.1.11.** Ένα υλικό σημείο κινείται στον άξονα  $x'$  διαγράφοντας την τροχιά ΑΒΓ. Αν χρειάστηκε 3s για την διαδρομή ΑΒ και άλλα 3s για την ΒΓ, να βρεθούν : α) η ταχύτητά του τα πρώτα 3s , β) η ταχύτητά του στην διαδρομή ΒΓ και γ) η μέση ταχύτητά του σε όλη τη διαδρομή ΑΒΓ. ( $x \rightarrow \text{m}$ )



## ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ( Ε.Ο.Μ.Κ. )

**1.1.12.** Ευθ. Ομαλά μεταβαλλόμενη ονομάζεται η κίνηση ενός σώματος στην οποία το σώμα κινείται σε ευθεία τροχιά και σε ίσους χρόνους  $\Delta t$  παρουσιάζει ίσες μεταβολές της ταχύτητάς του  $\Delta \vec{v}$ . Δηλαδή είναι η ευθύγραμμη κίνηση η οποία έχει σταθερό ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του κινούμενου σώματος  $\left( \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \text{σταθ.} \right)$ .

Όταν η απόλυτη τιμή της ταχύτητας αυξάνεται ( $\Delta v = |v| - |v_0| > 0$ ) η κίνηση λέγεται Ευθ. Ομαλά επιταχυνόμενη ενώ όταν η ταχύτητα μειώνεται ( $\Delta v < 0$ ) η κίνηση λέγεται Ευθ. Ομαλά επιβραδυνόμενη.

Στη πράξη επιλέγουμε πάντα ως θετική φορά τη φορά της αρχικής ταχύτητας ώστε στην επιταχυνόμενη κίνηση ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{v}$  να προκύπτει θετικός ενώ στην επιβραδυνόμενη κίνηση ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{v}$  να προκύπτει αρνητικός ενώ στην

**1.1.13.** Επιτάχυνση στην Ε.Ο.Μ.Κ. ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος  $\vec{a}$  το οποίο έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{v}$  και μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta v$  προς το αντίστοιχο χρόνο  $\Delta t$   $\left( \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)$

Στην Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση  $a$  είναι **σταθερή και θετική**, ενώ στην Ευθ. Ομαλά επιβραδυνόμενη η επιτάχυνση  $a$  είναι **σταθερή και αρνητική** (υπό την προϋπόθεση ότι θετική φορά έχει επιλεγεί η φορά της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$ ).

Παράδειγμα: Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στη ταχύτητα ενός αεροπλάνου που απογειώνεται σε συνάρτηση με το χρόνο.

$t \rightarrow s$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$v \rightarrow \frac{m}{s}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

Προσέξτε ότι οποιαδήποτε χρονική διάρκεια και αν επιλέξουμε για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης το αποτέλεσμα είναι το ίδιο:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15-5}{4-0} = 2,5 \frac{m}{s}$  ή

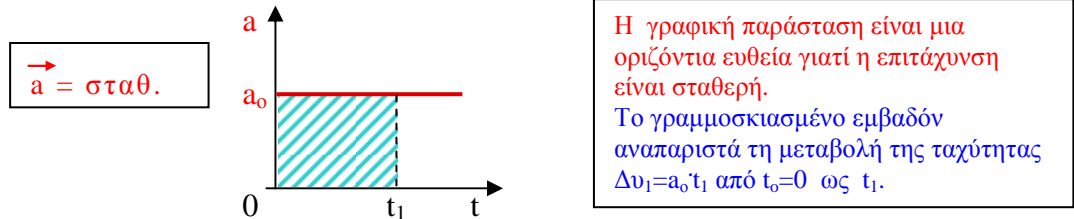
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{35-10}{12-2} = 2,5 \frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55-40}{20-14} = 2,5 \frac{m}{s}$$

**Δηλαδή η επιτάχυνση στο παράδειγμά μας είναι σταθερή.**

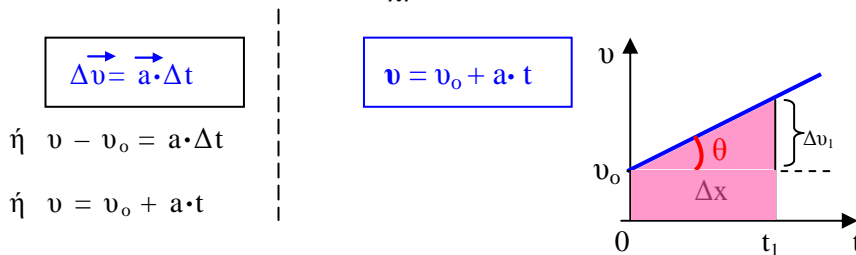
Αυτό δεν συμβαίνει συνήθως στην πραγματικότητα αφού οι κινητήρες των οχημάτων συνήθως προσδίδουν αρχικά μεγάλες επιταχύνσεις αλλά σταδιακά η επιτάχυνση που αποδίδουν μειώνεται

**1.1.14. Νόμοι της Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενης κίνησης.**

1<sup>ος</sup> Νόμος της επιτάχυνσης : Στην Ε.Ο.Ε<sub>τ</sub>.Κ. η επιτάχυνση παραμένει σταθερή κατά μέτρο διεύθυνση και φορά.



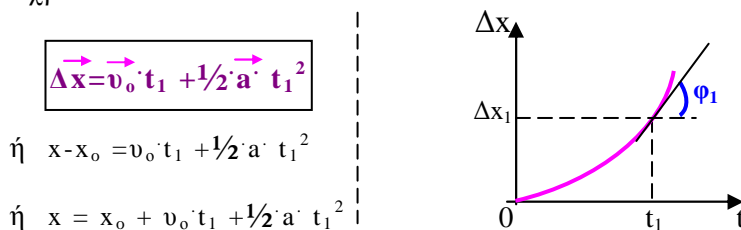
2<sup>ος</sup> Νόμος της ταχύτητας : Στην Ε.Ο.Ε<sub>τ</sub>.Κ. η ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.



Στο διάγραμμα η κλίση  $\epsilon\phi\theta$  ισούται με το πηλίκο  $\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$   
δηλαδή ισούται με την σταθερή Επιτάχυνση  $a$ .

Στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το Εμβαδόν ισούται με το μέτρο της μετατόπισης  $\Delta x$ .  
Άρα  $\Delta x = E_{\text{παραλληλογράμμου}} + E_{\text{τριγώνου}} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \Delta v_1 \cdot t_1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} a \cdot t_1^2$

3<sup>ος</sup> Νόμος της μετατόπισης : Στην Ε.Ο.Ε<sub>τ</sub>.Κ. η ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.



Στο διάγραμμα η κλίση  $\epsilon\phi\phi_1$  ισούται με το πηλίκο  $\frac{dx_1}{dt_1}$  δηλαδή ισούται με το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας  $v_1$ .

Σε κάθε διαφορετικό σημείο η εφαπτομένη στη καμπύλη σχηματίζει με την οριζόντια διαφορετική γωνία  $\phi$ . Η καμπύλη δηλαδή έχει διαφορετική κλίση σε κάθε διαφορετικό  $t$ . Στην αρχή η κλίση είναι μικρή, γιατί η ταχύτητα  $v$  είναι μικρή.

**1.1.15.** Ένα σωματίδιο ξεκινά από την ηρεμία ( $v_0=0$ ) και επιταχύνεται ομαλά με σταθερή επιτάχυνση  $a=2 \text{ m/s}^2$ . Μετά από πόσο χρόνο  $t$  θα έχει φτάσει σ' ένα σημείο Α που απέχει 25 m, και τι ταχύτητα έχει όταν φτάνει εκεί ;

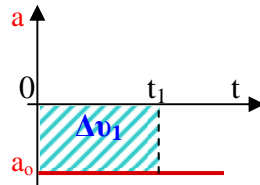
**1.1.16.** Ένα σώμα που αρχικά κινείται με ταχύτητα  $v_0=10 \text{ m/s}$ , αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, οπότε μετά από  $t_1=5\text{s}$  έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1=15 \text{ m/s}$ .

Να υπολογιστεί η επιτάχυνση  $a$  και να γίνουν τα διαγράμματα  $v(t)$  και  $\Delta x(t)$  για τα πρώτα 5s.

**1.1.17. Νόμοι της Ευθ. Ομαλά Επιβραδυνόμενης κίνησης.**

1<sup>ος</sup> Νόμος της επιτάχυνσης : Στην Ε.Ο.Εβ.Κ. η επιβράδυνση παραμένει σταθερή κατά μέτρο διεύθυνση και φορά.

$\vec{a} = \text{σταθ.}$



Η γραφική παράσταση είναι μια οριζόντια ευθεία κάτω από το 0 γιατί η επιτάχυνση είναι σταθερά αρνητική. Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν αναπαριστά την αρνητική μεταβολή της ταχύτητας  $\Delta v_1 = a_0 \cdot t_1$  από  $t_0 = 0$  ως  $t_1$ .

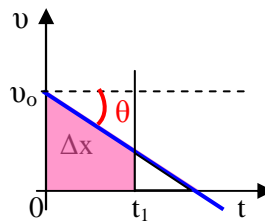
2<sup>ος</sup> Νόμος της ταχύτητας : Στην Ε.Ο.Εβ.Κ. η ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.

$\Delta v = a \cdot \Delta t$

ή  $v - v_0 = -|a| \cdot \Delta t$

ή  $v = v_0 - |a| \cdot t$

$v = v_0 - |a| \cdot t$



Στο διάγραμμα η κλίση  $\epsilon\phi\theta$  ισούται με το πηλίκο  $\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$  δηλαδή ισούται με το μέτρο της σταθερής Επιβράδυνση  $a$ .

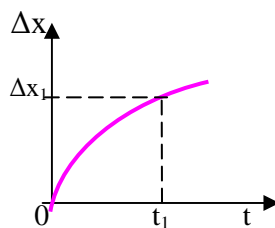
Στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το Εμβαδόν ισούται με το μέτρο της μετατόπισης  $\Delta x$ .  
 Άρα  $\Delta x = E_{\text{παράλληλογράμμου}} - E_{\text{τριγώνου}} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |\Delta v_1| \cdot t_1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |a| \cdot t_1 \cdot t_1 \Rightarrow \Delta x = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |a| \cdot t_1^2$

3<sup>ος</sup> Νόμος της μετατόπισης : Στην Ε.Ο.Κ. η ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.

$\Delta x = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |a| \cdot t_1^2$

ή  $x - x_0 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |a| \cdot t_1^2$

ή  $x = x_0 + v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} |a| \cdot t_1^2$



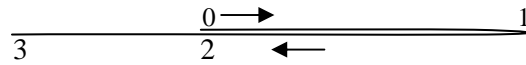
Στο διάγραμμα η κλίση ισούται με το πηλίκο  $\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}$  δηλαδή ισούται με την στιγμιαία ταχύτητα  $v_1$ .  
 Σε κάθε διαφορετικό σημείο η εφαπτομένη στη καμπύλη σχηματίζει με την οριζόντια διαφορετική γωνία  $\phi$ . Η καμπύλη δηλαδή έχει διαφορετική κλίση σε κάθε διαφορετικό  $t$ . Στην αρχή η κλίση είναι μεγάλη, γιατί η ταχύτητα  $v$  είναι μεγάλη.

**1.1.18. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΤΗΝ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ** : Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$  και κινείται σε ευθεία με σταθερή επιβράδυνση  $a = -10 \text{ m/s}^2$  για 7 s. **α)** πότε το σώμα θα σταματήσει ( $v_1 = 0$ ) και σε ποια απόσταση ; **β)** Πόσο χρόνο χρειάζεται για να επιστρέψει στην αρχική του θέση ( $\Delta x_2 = 0$ ) και με

ποια ταχύτητα επιστρέφει ; γ) Που βρίσκεται μετά από χρόνο  $t_3=7\text{ s}$  ; δ) Να γίνουν τα διαγράμματα  $v(t)$  και  $\Delta x(t)$ .

<u>ΔΕΔΟΜΕΝΑ</u>
$v_0 = 30\text{ m/s}$
<u>ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ</u>
α) $v_1 = 0, t_1 = ;, \Delta x_1 = ;$
β) $\Delta x_2 = 0, t_2 = ;, v_2 = ;$
γ) $t_3 = 7\text{ s}, \Delta x_3 = ;, v_3 = ;$
δ) $v-t; \Delta x-t;$

ΣΧΗΜΑ:



ΔΥΣΗ : α)

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_0 - |a| \cdot t_1 \\ v_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = v_0 - |a| \cdot t_1 \Rightarrow v_0 - |a| \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = |a| \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{|a|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{30}{10} \text{ (S.I.)} \Rightarrow t_1 = 3\text{ s}$$

Αηλαδή σταμάτησε ( $v_1=0$ ) μετά από 3s σε απόσταση:  $\Delta x_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 30 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 \text{ (S.I.)}$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 90 - 45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 45 \text{ m}$$

$$\beta) \left. \begin{aligned} \Delta x_2 &= v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_2^2 \\ \Delta x_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_2^2 = 0 \Rightarrow t_2(v_0 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_2) = 0 \left\{ \begin{aligned} &\text{ή } t_2 = 0 \text{ (πριν ξεκινήσει)} \\ &\text{ή } (v_0 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{2 \cdot v_0}{|a|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{2 \cdot 30}{10} \text{ (S.I.)}$$

$$\Rightarrow t_2 = 6 \text{ s}$$

Οπότε γύρισε στην αρχική του θέση σε 6 s με ταχύτητα:  $v_2 = v_0 - |a| \cdot t_2 \Rightarrow v_2 = 30 - 10 \cdot 6 \text{ (S.I.)}$

$$\Rightarrow v_2 = -30 \text{ m/s}$$

γ) Σε χρόνο  $t_3 = 7\text{ s}$  το σώμα θα βρίσκεται στη θέση  $\Delta x_3 = v_0 \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot t_3^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta x_3 = 30 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7^2 \text{ (S.I.)}$$

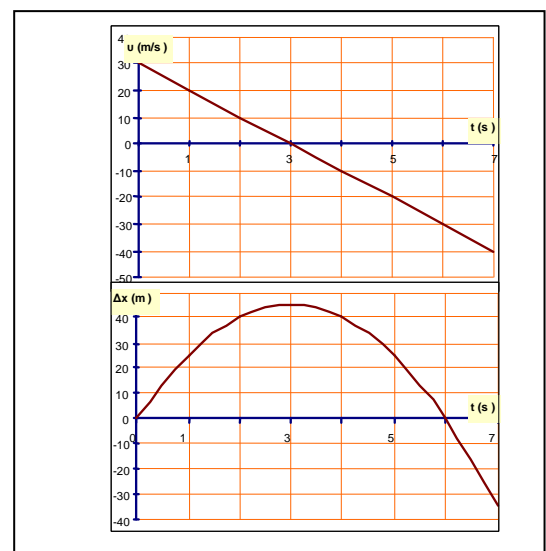
$$\Rightarrow \Delta x_3 = 210 - 245 \Rightarrow \Delta x_3 = -35\text{ m}$$

και θα έχει ταχύτητα :  $v_3 = v_0 - |a| \cdot t_3 \Rightarrow v_3 = 30 - 10 \cdot 7 \text{ (S.I.)}$

$$\Rightarrow v_3 = -40 \text{ m/s}$$

δ)

$t \rightarrow \text{s}$	0	3	6	7
$v \rightarrow \text{m/s}$	30	0	-30	-40
$\Delta x \rightarrow \text{m}$	0	45	0	-35



**1.1.19.** Μια Mercedes με καινούρια λάστιχα και σύστημα ABS έχει μέγιστη επιβράδυνση  $|a|=15 \text{ m/s}^2$ . Αν το αυτοκίνητο αυτό τρέχει με  $108 \text{ km/h}$ , **α)** σε πόσο χρόνο μετά το πάτημα του φρένου μπορεί να ακινητοποιηθεί; **β)** Πόση απόσταση θα διανύσει μέχρι να σταματήσει; και **γ)** αν ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι  $0,8 \text{ s}$ , ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη απόσταση από την οποία πρέπει να εντοπίσει ακίνητο εμπόδιο ώστε να μην “τρακάρει”;

### ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Επιτάχυνση ονομάζεται το . . . . .  
το οποίο εκφράζει . . . . .  
. . . . και ισούται με το . . . . .  
. . . . .  
. . . . . Δηλ. 

$= \frac{\quad}{\quad}$
-------------------------

 . . . . .  
. . . . .
2. Μια Ευθύγραμμη Ομοιόμορφα Μεταβαλλόμενη κίνηση ονομάζεται Επιταχυνόμενη όταν το μέτρο της ταχύτητάς του σώματος συνεχώς . . . . . δηλαδή όταν το διάνυσμα της . . . . . ( $\vec{a}$ ) είναι ομόρροπο με το διάνυσμα της αρχικής ταχύτητας ( $\vec{v}_0$ ). Αντίθετα όταν το διάνυσμα της . . . . . είναι . . . . . με το διάνυσμα της . . . . . η κίνηση ονομάζεται . . . . . Στην Επιβραδυνόμενη κίνηση το μέτρο της αρχικής ταχύτητας μειώνεται συνεχώς μέχρι να μηδενιστεί και κατόπιν (αν η κίνηση συνεχίζεται) αντιστρέφεται η φορά της . . . . .
3. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:
  - α.. η ταχύτητα είναι σταθερή.
  - β. ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός.
  - γ. ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός.
  - δ. η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης.



4. Η επιτάχυνση ενός κινητού εκφράζει το:

- α. πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η θέση του.
- β. πηλίκο της μετατόπισης δια του χρόνου.
- γ. πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα.
- δ. πόσο γρήγορα κινείται ένα κινητό.

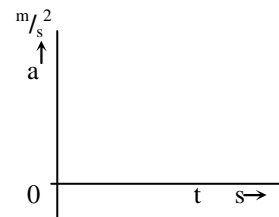
5. Περιγράψτε της κινήσεις που περιγράφουν τα ζεύγη διανυσμάτων με:

- A : για την Ακίνησία
- B : για την Ευθ. Ομαλή Κίνηση
- Γ : για την Ευθ. Ομοιόμορφα Επιταχυνόμενη Κίνηση
- Δ : για την Ευθ. Ομοιόμορφα Επιβραδυνόμενη Κίνηση

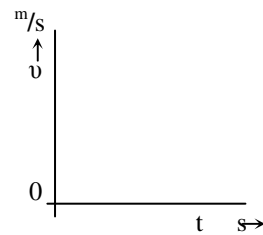
$\vec{v}_0=0$	$\vec{v}_0$ →	$\vec{v}_0$ →	$\vec{v}_0$ ←	$v_0=0$
$\vec{a}=\text{σταθ.}$ →	$\vec{a}=\text{σταθ.}$ ←	$a=0$	$\vec{a}=\text{σταθ.}$ →	$a=0$

6. Οι εξισώσεις κίνησης της Ευθ. Ομαλής Κίνησης και τα αντίστοιχα διαγράμματα :

Εξίσωση της επιτάχυνσης :  $\vec{a} = \dots \dots \dots$



Εξίσωση της ταχύτητας :  $\vec{v} = \dots \dots \dots$

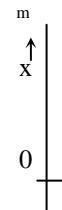


Εξίσωση της Μετατόπισης :  $\Delta \vec{x} = \dots \dots \dots$

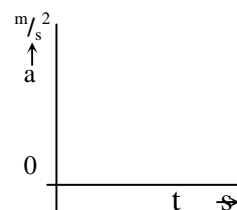


ή  $\dots \dots \dots$

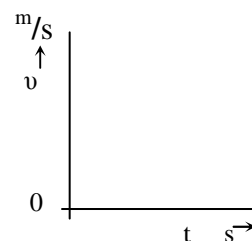
Εξίσωση της Θέσης : ή  $\vec{x} = \dots \dots \dots$



7. Οι εξισώσεις κίνησης της Ευθ. Ομοιόμορφα Επιταχυνόμενης Κίνησης με αρχική ταχύτητα  $v_0 \neq 0$ , αλλά  $x_0 = 0$  και τα αντίστοιχα διαγράμματα :



Εξίσωση επιτάχυνσης :  $\vec{a} = \dots \dots \dots$

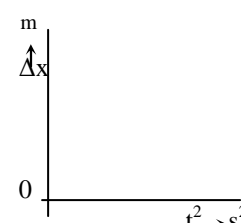
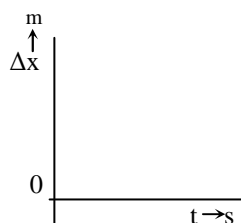


Εξίσωση ταχύτητας :  $\vec{v} = \dots \dots \dots$

Εξίσωση Μετατόπισης :  $\Delta \vec{x} = \dots \dots \dots$

ή  $\dots \dots \dots$

Εξίσωση Θέσης : ή  $\vec{x} = \dots \dots \dots$



Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

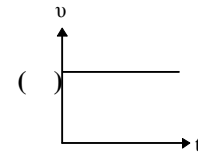
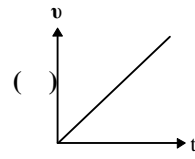
8. Στην ευθύγραμμη ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση, η επιτάχυνση του κινητού
- Είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης.
  - Είναι διάφορη του μηδενός και σταθερή.
  - Είναι ίση με μηδέν.
  - Είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του χρόνου κίνησης.
9. Στην ευθύγραμμη ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση:
- Η ταχύτητα είναι σταθερή.
  - Η επιτάχυνση είναι σταθερή.
  - Το μέτρο της επιτάχυνσης είναι σταθερό.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός.

10. Να βάλετε μέσα στις παρενθέσεις που υπάρχουν δίπλα από τα παρακάτω διαγράμματα, το γράμμα που αντιστοιχεί στην κίνηση που εκφράζει το καθένα.

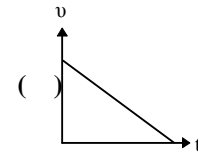
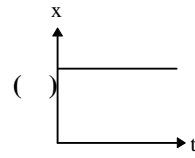
α. ευθύγραμμη ομαλή.

β. ακινησία.

γ. ευθύγραμμη κίνηση, στην οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού αυξάνει με σταθερό ρυθμό.



δ. ευθύγραμμη κίνηση, στην οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού μειώνεται με σταθερό ρυθμό.



11. Τα σώματα 1 και 2 την στιγμή  $t_0=0$  βρίσκονται στο ίδιο σημείο  $x_0=0$  και κινούνται στην ίδια ευθεία τροχιά προς την ίδια φορά

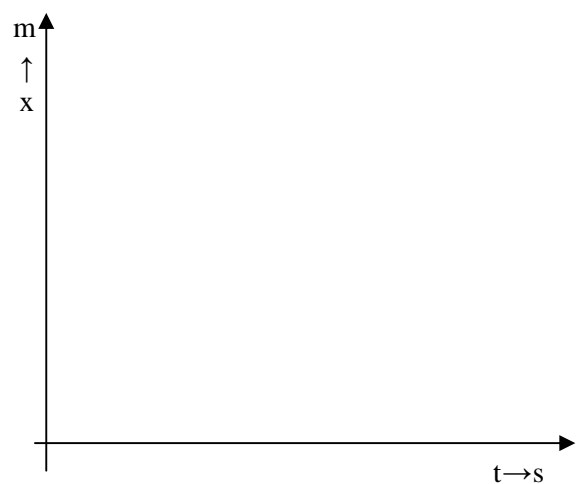
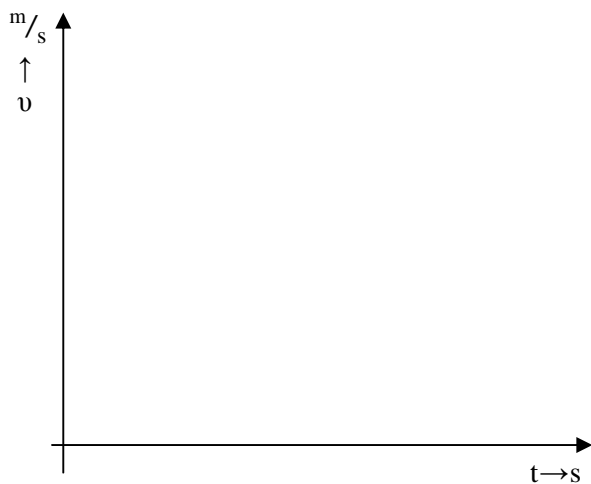
$t \rightarrow s$	0	1	2	3	4	
$x_1 \rightarrow m$	0	2	4	6	8	
$v_1 \rightarrow m/s$						
$x_2 \rightarrow m$	0					
$v_2 \rightarrow m/s$	0	1	2	3	4	

α) Χαρακτηρίστε το είδος των κινήσεων.

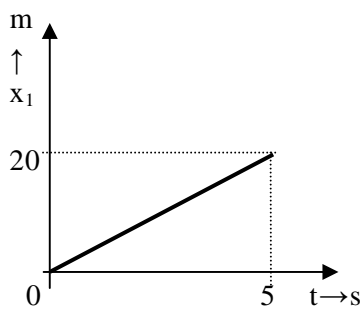
β) Από ποιες εξισώσεις μπορούν να υπολογιστούν τα μεγέθη  $v_1$  και  $x_2$  ;

γ) Συμπληρώστε τον πίνακα .

δ) Σχεδιάστε τα διαγράμματα  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  σε κοινούς άξονες, και  $x_1(t)$  και  $x_2(t)$ .



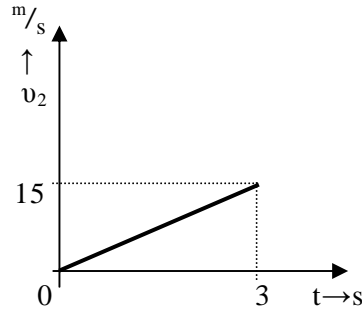
12. Να συμπληρωθούν οι τιμές των μεγεθών που ζητούνται για τις κινήσεις που περιγράφουν τα πιο κάτω διαγράμματα



$\alpha_1 = \dots$

$v_{01} = \dots$

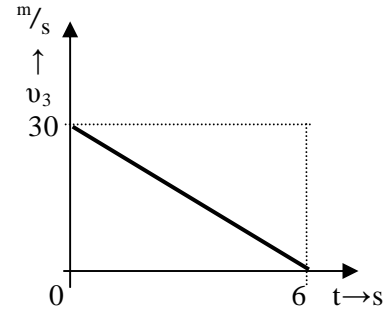
$\Delta x_{1ολ} = \dots$



$\alpha_2 = \dots$

$v_{02} = \dots$

$\Delta x_{2ολ} = \dots$



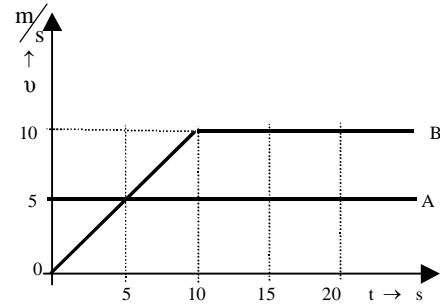
$\alpha_3 = \dots$

$v_{03} = \dots$

$\Delta x_{3ολ} = \dots$

13. Δύο κινητά A και B βρίσκονται την χρονική στιγμή  $t_0=0$  στην ίδια θέση και η ταχύτητά τους φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα .

- α) Σε πόσο χρόνο θα έχουν την ίδια ταχύτητα ;
- β) Σε πόσο χρόνο θα ξανασυναντηθούν ;
- γ) Σε πόσο χρόνο θ' απέχουν 100 m ;



.....

.....

.....

.....

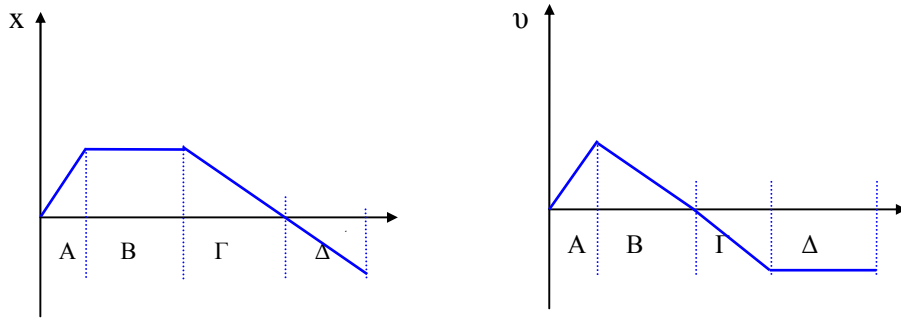
14. Ένα σώμα έχει την χρονική στιγμή  $t_0=0$  ταχύτητα  $v_0=12 \text{ m/sec}$  και κινείται με ευθύγραμμη Ομαλή κίνηση για χρόνο 6 s . Μετά το κινητό αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση  $3 \text{ m/sec}^2$  μέχρι να σταματήσει .

- α) Να βρεθεί ο ολικός χρόνος κίνησης του κινητού
- β) Να βρεθεί η ολική μετατόπιση του κινητού
- γ) Να γίνουν τα διαγράμματα  $a-t$  και  $v-t$ .

15. Κινητό ξεκινά από ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση  $a_1 = 2 \text{ m/sec}^2$  μέχρι να μετατοπιστεί κατά  $x_1=100\text{m}$  οπότε συνεχίζει με σταθερή επιβράδυνση  $a_2 = -2 \text{ m/sec}^2$  μέχρι να σταματήσει.

- α) Να βρεθεί ο ολικός χρόνος κίνησης του κινητού
- β) Να βρεθεί η ολική μετατόπιση του κινητού
- γ) Να γίνουν τα διαγράμματα  $a-t$  και  $v-t$ .

16. Να εκτιμήσετε το είδος των ευθύγραμμων κινήσεων που αντιστοιχούν στις χρονικές διάρκειες A, B, Γ και Δ των παρακάτω διαγραμμάτων.



17. Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση  $\alpha = 2 \text{ m/sec}^2$ . Αιτιολογήστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες όχι.

- i) Η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου.
- ii) Η ταχύτητα είναι ανάλογη του χρόνου.
- iii) Η μεταβολή της ταχύτητας είναι  $-4 \text{ m/sec}$  κάθε 2sec
- iv) Η διεύθυνση της ταχύτητας παραμένει σταθερή.

18. Δίνονται οι εξισώσεις θέσης δύο κινητών:  $x_1 = 16 \cdot t - 2 \cdot t^2$  και  $x_2 = 16 + 3 \cdot t^2$  (S.I.)

- i) Τι είδους κίνηση εκτελούν τα δύο κινητά ;
- ii) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα του κάθε κινητού και ο ρυθμός μεταβολής της ;

19. Να συμπληρωθούν τα κενά

Είδος Κίνησης	Εξισώσεις Κίνησης στο S.I.	Αρχικές τιμές
.....	$v = \dots\dots\dots$ , $x = 25 + 5t + 4t^2$	$\alpha = \dots\dots$ , $v_0 = \dots\dots$ , $x_0 = \dots\dots$
Ευθ. Ομαλά Επιβραδ.	$v = \dots\dots\dots$ , $x = \dots\dots\dots$	$\alpha = -10 \text{ m/s}^2$ , $v_0 = 5 \text{ m/s}$ , $x_0 = 0$
.....	$v = \dots\dots\dots$ , $x = 10 + 2t$	$\alpha = \dots\dots$ , $v_0 = \dots\dots$ , $x_0 = \dots\dots$

20. Η κίνηση του διαγράμματος είναι .....  
 ..... Από το ..... του  
 διαγράμματος μπορεί να υπολογιστεί η Μετατόπιση του κινητού  
 $\Delta x = \dots\dots\dots$  Από την .....  
 της ..... μπορεί να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής  
 της ταχύτητας του κινητού ..... = .....  
 .....

