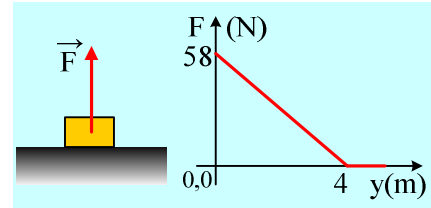


### Κίνηση με μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας μεταβλητής κατακόρυφης δύναμης F, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.



- i) Ποια η αρχική επιτάχυνση που αποκτά το σώμα;
- ii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη στιγμή που το σώμα έχει ανέλθει κατά 2m.
- iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη.
- iv) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο θα φτάσει το σώμα.
- v) Με ποια κινητική ενέργεια το σώμα επιστρέφει στο έδαφος;

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

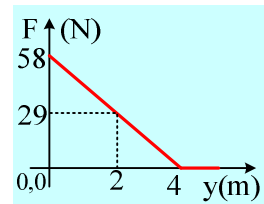
#### Απάντηση:

- i) Στο σώμα εκτός από την κατακόρυφη δύναμη F, ασκείται και το βάρος  $B=w=mg=20\text{N}$ , όπως στο σχήμα. Για την αρχική θέση  $\Sigma F=ma_0$

$$\rightarrow a_0 = \frac{F - mg}{m} = \frac{58\text{N} - 20\text{N}}{2\text{kg}} = 19\text{m/s}^2$$

- ii) Στη θέση  $y=2\text{m}$ , το μέτρο της δύναμης θα είναι 29N (το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από το μέσον της πλευράς ενός τριγώνου και είναι παράλληλο προς την βάση του, περνά από το μέσον της άλλης πλευράς και είναι ίσο με το μισό της βάσης). Αλλά ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι ίσος με την επιτάχυνση του σώματος, δηλαδή:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F - mg}{m} = \frac{29\text{N} - 20\text{N}}{2\text{kg}} = 4,5\text{m/s}^2$$



- iii) Η δύναμη μηδενίζεται σε ύψος  $y=4\text{m}$  από το έδαφος. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος, από την αρχική του θέση, μέχρι τη θέση μηδενισμού της δύναμης.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_B$$

Αλλά το έργο της μεταβλητής δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου που

σχηματίζεται στο διάγραμμα F-t:  $W_F = \frac{1}{2} \beta v = \frac{1}{2} 4 \cdot 58\text{J} = 116\text{J}$ , ενώ

$$W_B = -By = -mgy = -2 \cdot 10 \cdot 4\text{J} = -80\text{J}, \text{ άρα:}$$

$$\frac{1}{2} 2v^2 - 0 = 116\text{J} - 80\text{J} \rightarrow v = \sqrt{36}\text{m/s} = 6\text{m/s}$$

- iv) Μόλις μηδενιστεί η δύναμη F, η μόνη δύναμη που ασκείται πλέον στο σώμα, είναι το βάρος, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Αν λοιπόν θεωρήσουμε μηδενική την δυναμική ενέργεια του

σώματος στο έδαφος και εφαρμόσουμε την ΑΔΜΕ ανάμεσα στην θέση σε ύψος  $y=4m$  και στη θέση που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος, σε ύψος  $h$ , έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgy = mgh \rightarrow$$

$$h = y + \frac{v^2}{2g} = 4m + \frac{6^2}{2 \cdot 10} m = 5,8m$$

v) Το σώμα κινείται προς τα κάτω εκτελώντας ελεύθερη πτώση, διανύοντας απόσταση  $h$ , όπου:

$$v=gt \text{ και } h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \text{ οπότε } v = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

Συνεπώς η τελική κινητική του ενέργεια θα είναι:

$$K_{τελ} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gh})^2 = mgh = 2 \cdot 10 \cdot 5,8J = 116J$$

### Σχόλια:

Το σώμα όταν βρίσκεται αρχικά στο έδαφος, όπου θεωρούμε ότι  $U=0$ , το σώμα δεν έχει ενέργεια. Ενέργεια κερδίζει λόγω της εξάσκησης της δύναμης  $F$ , μέσω του έργου της οποίας, παίρνει ενέργεια ίση με  $116J$ .

i) Όταν το σώμα φτάνει σε ύψος  $y=4m$ , θα έχει λοιπόν μηχανική ενέργεια  $116J$ , από τα οποία εμφανίζονται και σαν δυναμική και σαν κινητική ενέργεια:

$$E_y = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgy = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 J + 2 \cdot 10 \cdot 4J = 36J + 80J = 116J$$

ii) Στο μέγιστο ύψος η μηχανική ενέργεια είναι με τη μορφή της δυναμικής ενέργειας  $U_{\max} = mgh = 116J$ .

iii) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος, η ενέργεια είναι μόνο κινητική  $K_{\max} = 116J$ .

iv) Προφανώς το v) ερώτημα, θα μπορούσε να απαντηθεί με χρήση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*