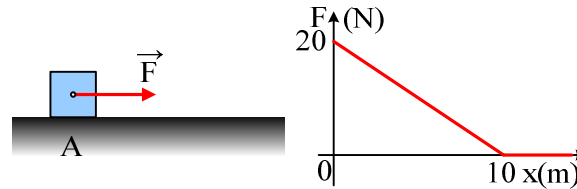


### Έργο και μέγιστη Κινητική Ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από την θέση  $x=0$  έχοντας ταχύτητα  $v_0=8\text{m/s}$ , ενώ πάνω του ασκείται μεταβλητή οριζόντια δύναμη  $F$  που το μέτρο της μεταβάλλεται όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι  $\mu=0,4$ .



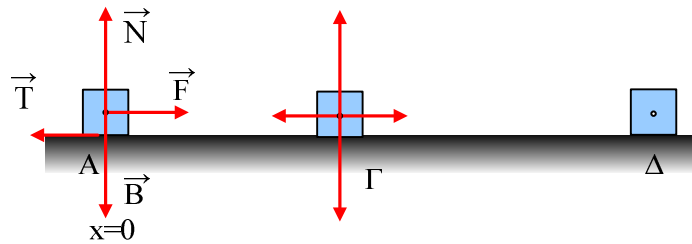
- 1) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
  - i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο με  $W=F \cdot x$
  - ii) Αφού ελαττώνεται το μέτρο της δύναμης  $F$ , το σώμα επιβραδύνεται.
  - iii) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη.
  - iv) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στην αρχική θέση  $x=0$ .
  - v) Για όσο χρόνο η δύναμη  $F$  είναι μεγαλύτερη από την τριβή, το σώμα επιτάχυνεται προς τα δεξιά και η κινητική του ενέργεια αυξάνεται.
- 2) Σε ποια θέση  $\Gamma$  το σώμα έχει μηδενική επιτάχυνση;
- 3) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος στη θέση  $\Gamma$ .
- 4) Σε ποια θέση το σώμα τελικά θα σταματήσει;
- 5) Πόση συνολικά θερμότητα θα παραχθεί εξαιτίας της τριβής;

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

- 1) Το σώμα επιταχύνεται για όσο διάστημα η δύναμη είναι μεγαλύτερη από την τριβή, συνεπώς η ταχύτητά του καθώς και η κινητική του ενέργεια αυξάνεται. Το έργο της δύναμης είναι αλγεβρικά ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου, ενώ παρότι μειώνεται η συνισταμένη δύναμη, για όσο χρόνο η συνισταμένη έχει φορά προς τα δεξιά, η ταχύτητα αυξάνεται. Με βάση αυτά οι απαντήσεις στα ερωτήματα είναι:
  - i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο με  $W=F \cdot x$ . Λ.
  - ii) Αφού ελαττώνεται το μέτρο της δύναμης  $F$ , το σώμα επιβραδύνεται. Λ.
  - iii) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη. Λ.
  - iv) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στην αρχική θέση  $x=0$ . Λ.
  - v) Για όσο χρόνο η δύναμη  $F$  είναι μεγαλύτερη από την τριβή, το σώμα επιτάχυνεται προς τα δεξιά

και η κινητική του ενέργεια αυξάνεται.  $\Sigma$ .



2) Για το σώμα  $\Sigma F_y = 0 \rightarrow$

$$N = mg, \text{ ενώ } T = \mu N = \mu mg \rightarrow$$

$$T = 0,4 \cdot 2\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 = 8\text{N}$$

Το σώμα σταματά να επιταχύνεται προς τα δεξιά όταν  $F = T = 8\text{N}$ , στη θέση Γ.

Η συνάρτηση που μας δίνει την δύναμη είναι της μορφής:

$$F = \alpha x + \beta \rightarrow$$

Για  $x=0$  έχουμε:

$$20 = \alpha \cdot 0 + \beta \rightarrow$$

$$\beta = 20$$

Και για  $x=10\text{m}$ ,  $F=0 \rightarrow$

$$0 = 10\alpha + 20 \rightarrow$$

$$\alpha = -2$$

Συνεπώς η δύναμη δίνεται από την σχέση:

$$F = -2x + 20 \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

Στη θέση Γ,  $F=8\text{N}$  και η παραπάνω σχέση μας δίνει:

$$8 = -2x_1 + 20 \rightarrow$$

$$x_1 = 6\text{m}$$

3) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ:

$$\mathbf{K}_\Gamma - \mathbf{K}_A = \mathbf{W}_B + \mathbf{W}_N + \mathbf{W}_F + \mathbf{W}_T \quad (1)$$

Αλλά  $\mathbf{W}_B = \mathbf{W}_N = 0$ , αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση, το έργο

της δύναμης είναι όσο και το εμβαδόν του γκριζαρισμένου τραπεζίου του διπλανού σχήματος, ενώ το έργο της τριβής  $\mathbf{W}_T = -Tx$  και η (1) γίνεται:

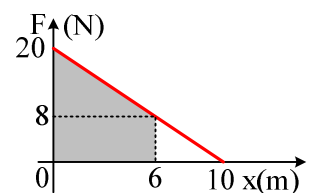
$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{20+8}{2}6 - 8 \cdot 6 \rightarrow$$

$$v_1^2 - 64 = 84 - 48 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{64 + 84 - 48} = \sqrt{100} = 10\text{m/s}$$

Αυτή είναι και η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

4) Έστω ότι το σώμα σταματά στο σημείο Δ στη θέση  $x_2$ .



Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση Α μέχρι τη θέση Δ:

$$\mathbf{K}_\Delta - \mathbf{K}_\text{Α} = \mathbf{W}_\text{Β} + \mathbf{W}_\text{Ν} + \mathbf{W}_\text{F} + \mathbf{W}_\text{T} \quad (2)$$

Όπου τώρα το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από το διάγραμμα (εμβαδόν τριγώνου):

$$W = \frac{1}{2} 10 \cdot 20J = 100J$$

και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$0 - \frac{1}{2} 2 \cdot 8^2 = 0 + 0 + 100 - 8 \cdot x_2 \rightarrow$$

$$x_2 = 20,5\text{m}$$

5) Το έργο της τριβής μέχρι το σώμα να σταματήσει είναι:

$$W_\text{T} = T \cdot x_2 \cdot \sin 180^\circ = - T \cdot x_2 = - 8\text{N} \cdot 20,5\text{m} = - 164\text{J}$$

Το έργο αυτό είναι αρνητικό πράγμα που σημαίνει ότι η τριβή αφαιρεί ενέργεια από το σώμα. Και τι την κάνει; Την μετατρέπει σε θερμότητα. Συνεπώς η θερμότητα που παράγεται είναι ίση με 164J.

**Σχόλιο:** Αφού το σώμα τελικά σταματά, σε θερμότητα μετετράπη όλη η αρχική του κινητική ενέργεια αλλά και η ενέργεια που πήρε μέσω του έργου της δύναμης F. Δηλαδή  $Q = 64\text{J} + 100\text{J} = 164\text{J}$ .

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*