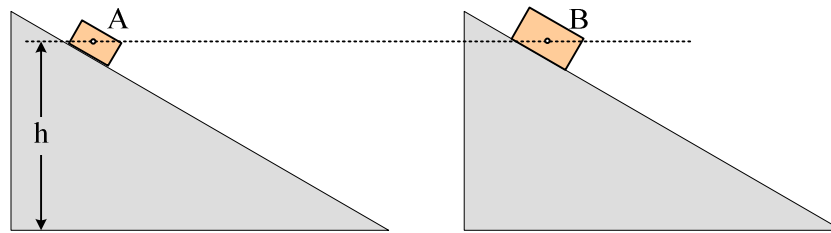


**Έργο- Ενέργεια. Ερωτήσεις με δικαιολόγηση**

**1.4.1. Το ελαφρύ ή το βαρύ;**



Από την κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου σε ύψος  $h$ , αφήνονται να κινηθούν ταυτόχρονα δύο σώματα A και B με μάζες  $m$  και  $2m$ , τα οποία παρουσιάζουν με το επίπεδο τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης, τα οποία ολισθαίνουν.

i) Μεγαλύτερη δύναμη τριβής ασκείται:

α) στο σώμα A,      β) στο σώμα B,      γ) Δέχονται ίσες δυνάμεις τριβής.

ii) Πρώτο θα φτάσει στη βάση του επιπέδου:

α) το σώμα A,      β) το σώμα B,      γ) Θα φτάσουν ταυτόχρονα.

**Απάντηση:**

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα μάζας  $M$  που κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου.

Στον άξονα  $y$  το σώμα ισορροπεί άρα  $\Sigma F_y = 0$  ή

$$N = W_y = Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

$$\text{Οπότε } T = \mu \cdot N = \mu Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$$

Αλλά για τον άξονα τον παράλληλο στο επίπεδο έχουμε:

$$\Sigma F_x = M \cdot a \quad \text{ή}$$

$$W_x - T = M \cdot a \quad \text{ή}$$

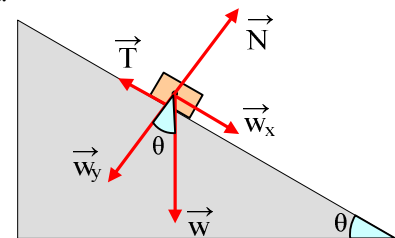
$$Mg\eta\mu\theta - \mu Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = M \cdot a \quad \text{ή}$$

$$a = g \cdot \eta\mu\theta - \mu g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = (\eta\mu\theta - \mu\sigma\upsilon\nu\theta) \cdot g \quad (2)$$

i) Από την εξίσωση (1) συμπεραίνουμε ότι το σώμα μεγαλύτερης μάζας, δέχεται και μεγαλύτερη δύναμη τριβής. Σωστή πρόταση η β).

ii) Εξάλλου από την εξίσωση (2) προκύπτει ότι η επιτάχυνση του σώματος δεν εξαρτάται από τη μάζα του. Συνεπώς τα σώματα A και B θα κινηθούν με την ίδια επιτάχυνση, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στον ίδιο χρόνο θα φτάσουν στη βάση του επιπέδου, έχοντας μετατοπισθεί κατά  $\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ .

Σωστή η γ) πρόταση.



**1.4.2. Απαιτούμενη ενέργεια για μετακίνηση κιβωτίου.**

Ένα σώμα μάζας  $50\text{kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης

$\mu=0,2$ . Θέλουμε να το μετακινήσουμε κατά 4m και να ηρεμήσει στην τελική θέση του. Η μετακίνηση μπορεί να γίνει με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F_1$  ή με την επίδραση δύναμης  $F_2$  που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον ορίζοντα.

i) Στην πρώτη περίπτωση:

- α) Η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα εξαιτίας της τριβής.
- β) Η δύναμη  $F$ , πρέπει να είναι σταθερή και ίση με 100N.
- γ) Το έργο της τριβής είναι ίσο με 400J.
- δ) Το έργο της  $F_1$  είναι ίσο με 400J.

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ii) Στην δεύτερη περίπτωση:

- α) Η τριβή είναι μικρότερη από 100N.
  - β) Ένα μόνο μέρος της ενέργειας που προσφέρεται στο σώμα μέσω του έργου της  $F_2$  μετατρέπεται σε θερμότητα
  - γ) Το έργο της τριβής είναι αρνητικό
- Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;
- δ) Ποιος τρόπος είναι καλύτερος για την μετακίνηση του σώματος;

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.  $g=10\text{m/s}^2$ .

**Απάντηση:**

i) Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι:

$$T=\mu \cdot N=\mu \cdot mg=0,2 \cdot 50 \cdot 10\text{N}=100\text{N}$$

$$\text{Και το έργο της } W_T = -T \cdot x = -400\text{N}$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_B + W_N + W_F + W_T$$

Αλλά  $W_B = W_N = 0$  αφού είναι κάθετες στην μετατόπιση, οπότε από την (1) παίρνουμε:

$$W_F = 400\text{J}.$$

Έτσι οι απαντήσεις είναι:

Σ                    Λ                    Λ                    Σ

ii) Επειδή η δύναμη  $F$  αναλύεται σε συνιστώσες μας δίνει και μια κατακόρυφη συνιστώσα, οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } N + F_y = mg \text{ άρα } N = mg - F_y \text{ και κατά συνέπεια και η τριβή είναι μικρότερη από } 100\text{N}.$$

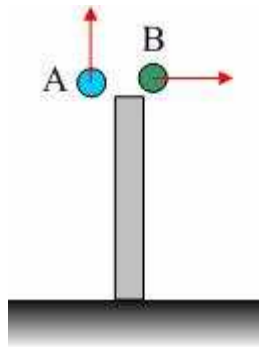
Κατά συνέπεια η απάντηση είναι: α) Σ, β) Λ, γ) Σ.

δ) Αφού έχουμε μικρότερη τριβή, με πλάγια δύναμη, θα παραχθεί και λιγότερη θερμότητα, άρα θα μειωθεί και η απαιτούμενη ενέργεια που είναι ίση με το έργο της δύναμης.

### 1.4.3. Διατήρηση Μηχανικής Ενέργειας.

Δύο σώματα Α και Β με ίσες μάζες εκτοξεύονται με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα από ορισμένο ύψος  $h$  από το έδαφος. Το Α σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα, ενώ το Β οριζόντια.

Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις



- i) Οι αρχικές Κινητικές ενέργειες των δύο σωμάτων είναι ίσες.
- ii) Μέχρι να φτάσουν στο έδαφος περισσότερο έργο παράγει το βάρος του Α σώματος.
- iii) Τα δύο σώματα έχουν την ίδια επιτάχυνση.
- iv) Τα σώματα θα φτάσουν στο έδαφος με ταχύτητες ίσου μέτρου.

#### Απάντηση:

α) Η αρχική κινητική ενέργεια των σωμάτων είναι  $K_A=K_B= \frac{1}{2} m v_0^2$ .

β) Το έργο του βάρους υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} = mgh - 0 = mgh$$

γ) Η επιτάχυνση των σωμάτων είναι ίση με  $g$ .

δ) Εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ, βρίσκουμε (και για τα δύο σώματα)

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2} m v^2$$

Με βάση τα παραπάνω οι απαντήσεις είναι:

Σ      Λ      Σ      Σ

#### 1.4.4. Δυναμική ενέργεια.

Ένας εργάτης σπρώχνει προς τα πάνω κιβώτιο σε μη λείο κεκλιμένο έδαφος, με σταθερή ταχύτητα, ασκώντας του δύναμη  $F$ . Αν ο εργάτης δίνει ενέργεια  $100 \text{ J}$  στο κιβώτιο και η θερμότητα που παράγεται είναι  $40 \text{ J}$ , ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Το έργο της  $F$  είναι  $100 \text{ J}$ .
- ii) Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται κατά  $60 \text{ J}$ .
- iii) Η δυναμική ενέργεια αυξάνεται κατά  $60 \text{ J}$ .
- iv) Το έργο του βάρους είναι  $-60 \text{ J}$ .
- v) Το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι  $60 \text{ J}$ .

#### Απάντηση:

Η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή αφού το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αφού λοιπόν παίρνει ενέργεια  $100 \text{ J}$  και μετατρέπονται σε θερμότητα τα  $40 \text{ J}$ , τα υπόλοιπα  $60 \text{ J}$  αυξάνουν την δυναμική ενέργεια.

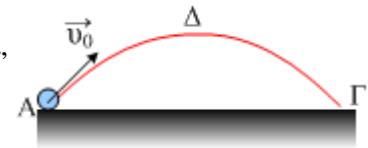
Το έργο του βάρους είναι  $W = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} = -60 \text{ J}$ .

Έτσι οι απαντήσεις είναι:

- i) Σ, ii) Λ, iii) Σ, iv) Σ, v) Λ.

### 1.4.5. Ενέργεια στην πλάγια βολή.

Μια μπάλα διαγράφει την τροχιά του σχήματος, καθώς ο «έξω δεξιά» σε-ντράρει προς την αντίπαλη εστία. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:



- i) Το έργο του βάρους στην θέση Δ είναι θετικό
- ii) Στη διαδρομή ΑΔ το έργο του βάρους είναι αρνητικό.
- iii) Στο τμήμα ΔΓ το βάρος δεν παράγει έργο γιατί είναι διατηρητική δύναμη.
- iv) Το έργο του βάρους από το Α στο Γ είναι μηδέν.
- v) Η ταχύτητα στο Γ έχει μέτρο ίσο με  $v_0$ .

Να δοθούν σύντομες επεξηγήσεις.

#### Απάντηση:

- i) Έργο σε μια θέση δεν υπάρχει. Το έργο αναφέρεται σε μετατόπιση.
- ii)  $W = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} = 0 - mgh = -mgh$ , αν πάρουμε το έδαφος σαν επίπεδο μηδενικής ενέργειας.
- iii) Ομοίως  $W = mgh$
- iv) Ομοίως  $W = 0 - 0 = 0$
- v) Από το ΘΜΚΕ έχουμε:

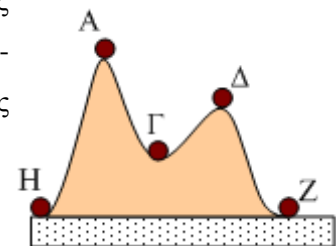
$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v^2 = 0 \text{ ή}$$

$$v = v_0$$

### 1.4.6. Έργο βάρους και Μηχανική Ενέργεια.

Στο διπλανό σχήμα βλέπετε διαδοχικές θέσεις Α, Γ, Δ και Ζ μιας μπάλας καθώς κατεβαίνει, κατά μήκος μιας διαδρομής, για να φτάσει από την κορυφή του βουνού (θέση Α) στην επιφάνεια της θάλασσας (θέση Ζ). Τριβές και αντιστάσεις δεν υπάρχουν.



- i) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.
  - α) Στη θέση Α η μπάλα έχει την μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια.
  - β) Η κινητική ενέργεια της μπάλας στη θέση Γ είναι όση και στη θέση Δ.
  - γ) Η Μηχανική ενέργεια της μπάλας παραμένει σταθερή.
  - δ) Από την θέση Α μέχρι την θέση Ζ το έργο του βάρους είναι ίσο με μηδέν, γιατί το βάρος είναι συντηρητική δύναμη.
  - ε) Το έργο του βάρους από τη θέση Γ μέχρι τη θέση Ζ είναι αρνητικό.
- ii) Εξηγήστε αν η παρακάτω πρόταση είναι σωστή ή λαθεμένη:
 

«Αν η μπάλα έπεφτε από την αριστερή πλευρά στην θάλασσα θα έφτανε σ' αυτήν (θέση Η) με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, από αυτήν που έχει στο Ζ.»

#### Απάντηση:

- i) Η δυναμική ενέργεια είναι ίση με  $U=mgh$ , άρα την μεγαλύτερη τιμή της την έχει στο ψηλότερο σημείο. Αφού δεν υπάρχουν τριβές η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Το έργο του βάρους είναι  $W=U_{αρχ}-U_{τελ}$  οπότε αφού στο Γ η δυναμική ενέργεια είναι μεγαλύτερη από την δυναμική ενέργεια στο Ζ  $W_{ΓΖ} > 0$ . Άρα οι προτάσεις χαρακτηρίζονται:

α) Σ      β) Λ      γ) Σ      δ) Λ      ε) Λ

- ii) Αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος (συντηρητική δύναμη) η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο σαν επίπεδο μηδενικής ενέργειας έχουμε:

Για την διαδρομή AZ:

$$K_A + U_A = K_Z + U_Z \text{ ή } K_Z = mgh$$

όπου  $h$  το ύψος από το οριζόντιο επίπεδο του σημείο Α.

Αντίστοιχα για τη διαδρομή AH:

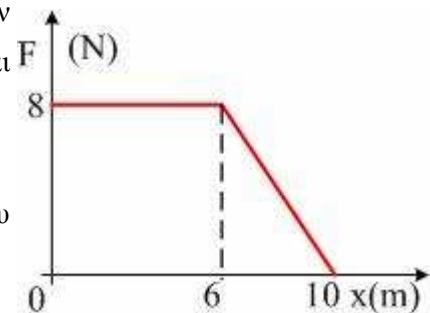
$$K_A + U_A = K_H + U_H \text{ ή } K_H = mgh$$

Άρα η τελική κινητική ενέργεια είναι ίδια και για τις δύο διαδρομές.

(Άλλωστε το έργο του βάρους δεν εξαρτάται από την διαδρομή, συνεπώς η τελική κινητική ενέργεια, όπως προκύπτει με εφαρμογή του ΘΜΚΕ, είναι πάντα ίδια.)

#### 1.4.7. Κινητική ενέργεια και Έργο.

Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες;

- i) Από την αρχική θέση μέχρι τη θέση  $x=6\text{m}$  η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
- ii) Η κινητική ενέργεια του σώματος όταν φτάνει στη θέση  $x=6\text{m}$  είναι ίση με  $48\text{J}$ .
- iii) Μεταξύ των θέσεων  $x_1=6\text{m}$  και  $x_2=10\text{m}$  η κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται.
- iv) Μεταξύ των θέσεων  $x_1=6\text{m}$  και  $x_2=10\text{m}$  το σώμα επιβραδύνεται.
- v) Το σώμα σταματά την κίνησή του μόλις μετατοπισθεί κατά  $10\text{m}$ .
- vi) Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με  $64\text{J}$ .
- vii) Από  $0-6\text{m}$  η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

**Απάντηση:**

Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ παίρνουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F$$

Όπου το έργο της δύναμης υπολογίζεται από το εμβαδόν του σχηματιζόμενου χωρίου. Έτσι μέχρι τα  $6\text{m}$ ,  $W_1 = 48\text{J}$ , ενώ μέχρι τα  $10\text{m}$   $W_2 = 64\text{J}$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίση με το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στο σώμα, δηλαδή:

$$\Delta K / \Delta t = P = F \cdot v$$

Όμως λόγω της δύναμης το σώμα επιταχύνεται, συνεπώς η ταχύτητα αυξάνεται, με αποτέλεσμα να αυξάνεται και η ισχύς της δύναμης μεταξύ των θέσεων  $x=0$  και  $x=6m$ .

Με βάση αυτά οι απαντήσεις είναι:

- i) Σ      ii) Σ      iii) Λ      iv) Λ      v) Λ      vi) Σ      vii) Λ

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονόσης Μάργαρης*