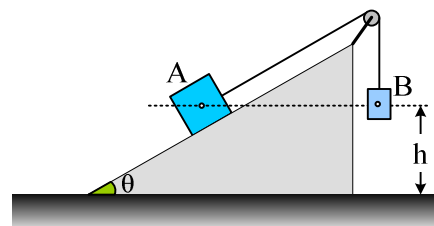


Μια ισορροπία και μια ΑΔΜΕ.

Τα δύο σώματα Α και Β ηρεμούν δεμένα στα άκρα ενός νήματος, το οποίο διέρχεται από μια τροχαλία, απέχοντας την ίδια κατακόρυφη απόσταση h από το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται ότι η μάζα του Α σώματος είναι $M=2\text{kg}$, ενώ το λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει κλίση $\theta=30^\circ$.



i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Β.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα.

α) Ποιο από τα δύο σώματα θα φτάσει πρώτο στο οριζόντιο επίπεδο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες με τις οποίες τα σώματα φτάνουν στο οριζόντιο επίπεδο, αν $h=1,8\text{m}$.

Δίνεται ότι δεν παρουσιάζονται τριβές μεταξύ νήματος και τροχαλίας, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία

αμελητέων διαστάσεων και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Απάντηση:

Στο σχήμα εμφανίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα, όπου το νήμα ασκεί στα δυο σώματα δυνάμεις ίσου μέτρου $T_1=T_2$.

i) Το σώμα Α ισορροπεί, συνεπώς:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \implies \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \text{ ή } T_1 = w_{1x} = Mg \cdot \eta\mu\theta & (1) \\ \Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = w_{1y} & (2) \end{cases}$$

Αλλά και το σώμα Β ισορροπεί, οπότε $\Sigma \vec{F} = 0$ ή $T_2 = w_2 = mg$ (3)

Από (1) και (3) παίρνουμε:

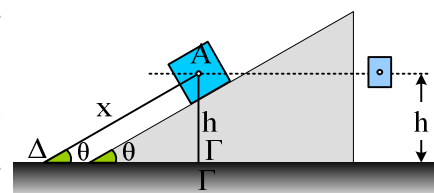
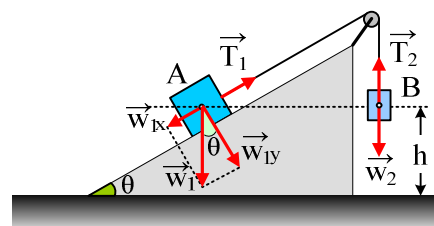
$$mg = Mg \cdot \eta\mu\theta \text{ ή } m = M \cdot \eta\mu\theta = 2\text{kg} \cdot \frac{1}{2} = 1\text{kg}.$$

ii) Μόλις κόβουμε το νήμα, το σώμα Α θα κινηθεί κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου αποκτώντας επιτάχυνση:

$$a_1 = \frac{\Sigma F_x}{M} = \frac{Mg \cdot \eta\mu\theta}{M} = g \cdot \eta\mu\theta$$

Ενώ αντίθετα το Β σώμα θα εκτελέσει ελεύθερη πτώση με επιτάχυνση g .

Εξάλλου, αν h η απόσταση που διανύσει το Β σώμα μέχρι να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο, τότε το σώμα Α θα διανύσει απόσταση x , όπου με βάση το διπλανό σχήμα $x=2h$, αφού στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ, η κάθετη πλευρά ΑΓ, η απέναντι από γωνία 30° , είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας ΑΔ.



α) Η κίνηση των δύο σωμάτων είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, συνεπώς:

$$x = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad (4) \text{ και } h = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \quad (5)$$

διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε:

$$\frac{x}{h} = \frac{a_1 t_1^2}{a_2 t_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{2h}{h} = \frac{g \cdot \eta \mu \theta t_1^2}{g t_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2}{\eta \mu \theta}} = \sqrt{4} = 2 \quad \text{ή}$$

$$t_1 = 2t_2.$$

άρα το Β σώμα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

β) Η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, συνεπώς κατά την κίνηση (και των δύο σωμάτων) η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Θεωρώντας μηδέν τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο παίρνουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή}$$

$$Mgh + 0 = \frac{1}{2} Mv^2 + 0 \quad \text{ή}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Η παραπάνω σχέση μας δείχνει ότι η τελική ταχύτητα δεν εξαρτάται από τη μάζα του σώματος, αλλά ούτε και από το αν κινήθηκε το σώμα κατακόρυφα ή πλάγια, συνεπώς τα δυο σώματα θα αποκτήσουν ταχύτητες ίσου μέτρου:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης