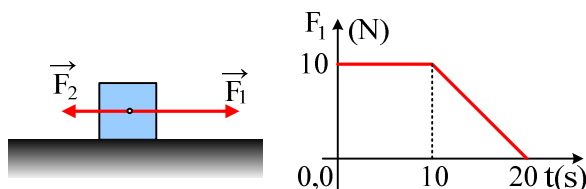


Μια σταθερή και μια μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ αρχίζει να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ξεκινώντας από την ηρεμία, με την επίδραση δύο οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2 . Η δύναμη F_2 είναι σταθερή μέτρου 6N , ενώ η F_1 μεταβλητή, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.



- i) Να γίνει το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος και ποια η μετατόπισή του τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$;
- iii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται;
- iv) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- v) Να βρεθεί την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=20\text{s}$.

Απάντηση:

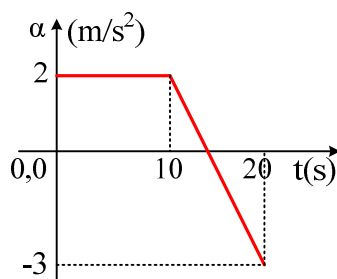
- i) Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής παίρνουμε $\Sigma F = m \cdot a$, οπότε από 0-10s η επιτάχυνση είναι σταθερή:

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{10\text{N} - 6\text{N}}{2\text{kg}} = 2\text{m/s}^2$$

Στο χρονικό διάστημα από 10s-20s η δύναμη F_1 μειώνεται γραμμικά άρα και η συνισταμένη δύναμη θα μειώνεται γραμμικά και η επιτάχυνση επίσης θα μειώνεται γραμμικά και για $t=20\text{s}$ έχουμε:

$$a = \frac{-F_2}{m} = \frac{-6\text{N}}{2\text{kg}} = -3\text{m/s}^2. *$$

Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης με βάση τα παραπάνω, είναι όπως στο παρακάτω διάγραμμα.



- ii) Από το προηγούμενο διάγραμμα το εμβαδόν του σχηματιζόμενου ορθογωνίου από 0-10s είναι ίσο αριθμητικά με τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος. Δηλαδή:

$$\Delta v = 2 \cdot 10\text{ m/s} = 20\text{m/s} \text{ ή } v - v_0 = 20\text{m/s} \text{ άρα } v = 20\text{m/s}.$$

Η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή και κατά συνέπεια η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2\text{ m} = 100\text{m}$$

- iii) Με βάση το διάγραμμα της επιτάχυνσης παρατηρούμε ότι σε χρονικό διάστημα 10s το μέτρο της επιτά-

χυνσης μεταβάλλεται κατά 5m/s^2 , δηλαδή μεταβάλλεται κατά 1m/s^2 σε κάθε 2s , άρα θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα 4s για να μηδενιστεί η επιτάχυνση. Άρα τη χρονική στιγμή $t_3=14\text{s}$ το σώμα σταματά να επιταχύνεται και αρχίζει να επιβραδύνεται.

iv) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος είναι τη στιγμή που παύει να επιταχύνεται και αρχίζει να επιβραδύνεται, δηλαδή τη στιγμή $t=14\text{s}$ και υπολογίζεται από το εμβαδόν στο διάγραμμα $a-t$. Δηλαδή

$$\Delta v = v - v_0 = (2 \cdot 10 + \frac{1}{2} 4 \cdot 2) \text{ m/s} = 24\text{m/s} \text{ ή } v = 24\text{m/s}, \text{ αφού } v_0 = 0.$$

v) Από το διάγραμμα της επιτάχυνσης υπολογίζοντας το εμβαδόν από 10s - 20s υπολογίζουμε την μεταβολή της ταχύτητας:

$$\Delta v = \frac{1}{2} 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} 6 \cdot (-3) = (4-9)\text{m/s} = -5\text{m/s} \text{ ή } v - v_0 = -5\text{m/s} \text{ ή } v = 20\text{m/s} - 5\text{m/s}. \text{ Άρα } v = 15\text{m/s}.$$

Σχόλιο:

* Μπορούμε να το αποδείξουμε και με Μαθηματικά.

Ποια είναι η συνάρτηση της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο από 10s - 20s ;

Αφού η γραφική παράσταση είναι ευθεία, είναι συνάρτηση της μορφής $y=ax+\beta$, δηλαδή εδώ:

$$F=at +\beta \quad (1)$$

Για $t=10\text{s}$, $F=10\text{ N}$ και έχουμε: $10=10a+\beta$ (2)

Για $t=20\text{s}$, $F=0$ οπότε: $0=20a+\beta$ (3)

Με αφαίρεση των (2) και (3) κατά μέλη παίρνουμε $10 = -10a$ ή $a = -1$ και με αντικατάσταση $\beta=20$.

Οπότε η σχέση (1) γράφεται $F_1 = (-t + 20) \text{ N}$

Για την επιτάχυνση θα έχουμε $a = \Sigma F/m = (-t+20-6)/2 \text{ m/s}^2 = (7-t/2) \text{ m/s}^2$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει η γραφικά παράσταση της επιτάχυνσης, όπου για $t=10\text{s}$ μας δίνει

$a=7-10/2=2\text{m/s}^2$, ενώ για $t=20$, $a = (7-10)\text{m/s}^2 = -3\text{m/s}^2$. Ενώ αν θέσουμε $a=0$ βρίσκουμε $7-t/2=0$ ή $t=14\text{s}$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης