

## Κατακόρυφη βολή.

Πριν την μελέτη της ανάρτησης αυτής, θα πρότεινα να δείτε την προηγούμενη ανάρτηση:

### Ελεύθερη πτώση.

Τι κάνουμε λοιπόν όταν έχουμε μια εκτόξευση με κάποια αρχική ταχύτητα, ενός σώματος σε κατακόρυφη διεύθυνση;

Παίρνουμε τον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  και αφού θέσουμε κάπου το μηδέν του άξονα (συνήθως στο σημείο εκτόξευσης) ορίζουμε την θετική φορά του άξονα. Βολεύει να παίρνουμε την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης, ως θετική.

Κατόπιν με βάση τα προηγούμενα και αφού το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση, γράφουμε τις εξισώσεις της ευθύγραμμης πιαλά μεταβαλλόμενης κίνησης.

Ας το δούμε με κατάλληλα παραδείγματα.

### Παράδειγμα 1<sup>ο</sup>:

Από ύψος  $H=25\text{m}$  από το έδαφος εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή  $t_0=0$ , κατακόρυφα προς τα πάνω, ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0=20\text{m/s}$ . Αν  $g=10\text{m/s}^2$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ζητούνται:

- i) Η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$ .
- ii) Η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=3\text{s}$ .
- iii) Ποια χρονική στιγμή και με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στο έδαφος;

### Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί ο κατακόρυφος άξονας  $y'y$  πάνω στον οποίο πραγματοποιείται η κίνηση, με θετική φορά προς τα πάνω και με το σημείο εκτόξευσης  $O$  στη θέση  $y=0$ .

Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση  $a=-g$ , αφού η επιτάχυνση του σώματος έχει φορά προς τα κάτω. Έτσι οι εξισώσεις για την κίνηση του σώματος είναι:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = v_0 - gt \quad (1) \text{ και}$$

$$\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στις παραπάνω σχέσεις  $t_1=1\text{s}$  παίρνουμε:

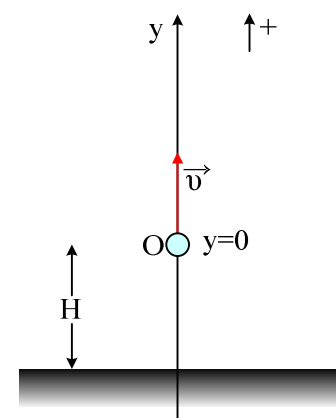
$$v_1 = v_0 - gt = 20\text{m/s} - 10\text{m/s}^2 \cdot 1\text{s} = 10\text{m/s}.$$

$$y_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 20 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1 = 15\text{m}.$$

Δηλαδή το σώμα συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $10\text{m/s}$  ενώ βρίσκεται πιο ψηλά από την αρχική του θέση κατά  $15\text{m}$ . Ή αν θέλετε έχει μετατοπισθεί κατά  $15\text{m}$  και βρίσκεται πλέον σε ύψος  $h=H+y=25\text{m}+15\text{m}=40\text{m}$ .

- iv) Με αντίστοιχη αντικατάσταση για  $t_2=3\text{s}$  παίρνουμε:

$$v_2 = v_0 - gt = 20\text{m/s} - 10\text{m/s}^2 \cdot 3\text{s} = -10\text{m/s}.$$



$$y_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 20 \cdot 3 - \frac{1}{2} 10 \cdot 3^2 = 15\text{m}.$$

Τι βρήκαμε; Το σώμα έχει τώρα ταχύτητα μέτρου 10m/s, με φορά προς τα κάτω, ενώ βρίσκεται ξανά 15m πάνω από το σημείο εκτόξευσης. Είναι δηλαδή στην ίδια θέση που ήταν και για  $t_1=1\text{s}$ .

- v) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος έχει απομάκρυνση  $y = -25\text{m}$  και με αντικατάσταση στην σχέση (2) θα έχουμε:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow -25 = 20t - \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 \text{ ή}$$

$$5t^2 - 20t - 25 = 0 \text{ ή}$$

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$\text{Άρα } t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} \text{ s}$$

Συνεπώς ή  $t = -1\text{s}$  (απορρίπτεται) ή  $t = 5\text{s}$  (δεκτή λύση)

Και με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$v_{\text{τελ}} = v_0 - gt = 20\text{m/s} - 10\text{m/s}^2 \cdot 5\text{s} = -30\text{m/s}.$$

## Παράδειγμα 2<sup>ο</sup>:

Από ύψος  $H=60\text{m}$  από το έδαφος εκτοξεύεται για  $t=0$ , κατακόρυφα προς τα κάτω, ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0=5\text{m/s}$ . Αν  $g=10\text{m/s}^2$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ζητούνται:

Η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$ .

- vi) Ποια χρονική στιγμή και με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στο έδαφος;

### Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί ο κατακόρυφος άξονας  $y'y$  πάνω στον οποίο πραγματοποιείται η κίνηση, με θετική φορά προς τα κάτω και με το σημείο εκτόξευσης  $O$  στη θέση  $y=0$ .

Το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση  $a = +g$ , αφού η επιτάχυνση του σώματος έχει φορά προς τα κάτω. Έτσι οι εξισώσεις για την κίνηση του σώματος είναι:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = v_0 + gt \text{ (1) και}$$

$$\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ (2)}$$

Αντικαθιστώντας στις παραπάνω σχέσεις  $t_1=1\text{s}$  παίρνουμε:

$$v_1 = v_0 + gt = 5 + 10 \cdot 1 = 15\text{m/s και}$$

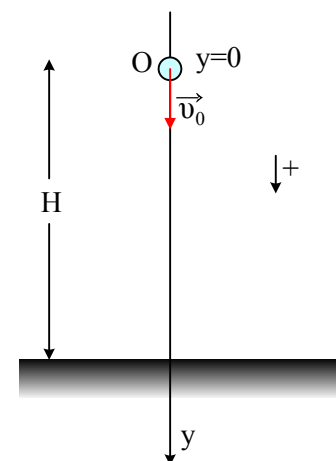
$$y_1 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 5 \cdot 1 + \frac{1}{2} 10 \cdot 1 = 10\text{m}.$$

Πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα έχει μετακινηθεί κατά 10m και βρίσκεται σε ύψος  $h = H - y = 50\text{m}$  από το έδαφος.

- vii) Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος  $y=60\text{m}$  και με αντικατάσταση στην (2) έχουμε:

$$y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow 60 = 5t + \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 \text{ ή}$$

$$5t^2 + 5t - 60 = 0 \text{ ή}$$



$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$\text{οπότε: } t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-12)}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \text{ s}$$

άρα ή  $t = -4\text{s}$  (απορρίπτεται) ή  $t_2 = 3\text{s}$  (δεκτή λύση)

και  $v_2 = v_0 + gt = 5 + 10 \cdot 3 = 35\text{m/s}$ .

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*